සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2000 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2000 ஆகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2000

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07	
S	I

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න අටකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. එක්තරා පවුලක් පියෙකුගෙන්, මවකගෙන්, දූවකගෙන් සහ පුතෙකුගෙන් සමන්විත වේ.

"පියා රැකියාවට යයි."

"මව සාප්පු යයි.",

"දූවගේ සංගීත ගුරුවරිය නිවසට පැමිණේ."

සහ "පුතා යහළුවෙකු නිවසට කැඳවයි."

යන සරල ප්‍රස්තුත p, q, r, s මගින් දක්වමු. තර්කනයේ සුපුරුදු සංකේත භාවිත කර පහත සඳහන් ප්‍රස්තුත තුන p, q, r, s ඇසුරෙන් ලියන්න.

(i) දූවගේ සංගීත ගුරුවරිය නිවසට පැමිණේ නම් පමණක් පියා රැකියාවට නොයා හෝ මව සාප්පු නොයා හෝ සිටී.

(ii) පියා රැකියාවට යයි සහ දූවගේ සංගීත ගුරුවරිය නිවසට පැමිණේ නම් මව සාප්පු නොයයි.

(iii) පුතා යහළුවෙකු නිවසට කැඳවන්නේ දූවගේ සංගීත ගුරුවරිය නිවසට නොපැමිණියේ ම නම් පමණි.

(i), (ii), (iii) පූර්වාවයව ලෙස ගෙන, සත්‍යතා වගු මගින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ

"පුතා යහළුවෙකු නිවසට කැඳවන්නේ පියා රැකියාවට යයි සහ මව සාප්පු යයි ම නම් පමණි." යන නිගමනය වලංගු බව පෙන්වන්න.

2. එක්තරා පාසලක ගුරු භවතුන්ගෙන් 44 ක් ගැහැනු බව ද, 54 ක් විවාහක බව ද, 34 ක් උපාධිධාරීන් බව ද දක්නට ලැබුනි. තව ද, උපාධිධාරී 20 දෙනෙක් විවාහකයින් වන බව ද ගැහැනු උපාධිධාරීන්ට වඩා පිරිමි උපාධිධාරීන් 6 දෙනෙක් සිටින බව ද පෙනුනි.

(i) පාසලේ විවාහක ගැහැනු උපාධිධාරීන්ගේ සංඛ්‍යාව අවිවාහක පිරිමි උපාධිධාරීන්ගේ සංඛ්‍යාවට සම බව පෙන්වන්න.

(ii) පාසලේ සිටින උපාධිධාරී ගුරුවරියන්ගේ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

තව ද, අවිවාහක උපාධිධාරී නොවන ගුරුවරුන් දෙදෙනෙක් එම පාසලේ ම සිටින අවිවාහක උපාධිධාරී නොවන ගුරුවරියන් දෙදෙනෙකු විවාහ කරගත් විට, අවිවාහක ගුරුවරුන්ගේ සංඛ්‍යාව, විවාහක ගුරුවරියන්ගේ සංඛ්‍යාවට සම විය.

(iii) පාසලේ සිටින මුළු ගුරු භවතුන්ගේ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

3.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ p & 1 & 0 \\ r & q & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -p & 1 & 0 \\ pq-r & -q & 1 \end{pmatrix}$$ බව පෙන්වන්න.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & a & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & b & c \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} \text{ සහ } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

ලෙස ගනිමු.

$\mathbf{AB} = \mathbf{C}$ වන පරිදි a, b, c, d සොයන්න.

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ නම් } \quad \begin{aligned} x + 2y - 3z &= 9 \\ 2x + 3y + z &= 5 \\ 5x + 7y + 4z &= 8 \end{aligned}$$

සමීකරණ පද්ධතිය, සුදුසු තීර න්‍යාසයක් වන $\mathbf{D}$ සමඟින් $\mathbf{ABX} = \mathbf{D}$ ආකාරයෙන් ලියන්න.

$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}$ සොයා, ඒ නයින් x, y සහ z හි අගයයන් සොයන්න.

4. (a) x සහ y මගින් $x^3 - y^3 + xy(x-y) = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරයි නම් $x\,\mathbf{R}\,y$ යනුවෙන් $\mathbb{Z}$ මත $\mathbf{R}$ යනුවෙන් සම්බන්ධයක් අර්ථ දක්වනු ලබයි. $\mathbb{Z}$ මත $\mathbf{R}$ තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වා 1 හි තුල්‍යතා පන්තිය සොයන්න.

(b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ සහ $g : D \to \mathbb{R}$ ශ්‍රිත $f(x) = \dfrac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}}$ හා $g(x) = \log_x 10$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලබයි;

මෙහි D යනු $\log_x 10$ අර්ථ දක්වෙන පරිදි වූ x තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලක යයි.

(i) f හි පරාසය සහ f හි ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය,

(ii) g හි වසම,

(iii) $f \circ g\left(\sqrt{10}\right)$ අගය,

සොයන්න.

5. (a) ගොවියෙක් තමාගේ ගොවිපලින් අර්තාපල් අල මෙට්‍රික් ටොන් 84 ක අස්වැන්නක් ලබා ගනී. හෙක්ටාරයකට ලැබෙන අල පලදාව මෙට්‍රික් ටොන් භාගයකින් වැඩි කර ගත හැකි නම් වගා කල ප්‍රමාණයට වඩා හෙක්ටාර 3 ක් අඩු වර්ග ප්‍රමාණයකින් මෙම ලැබූ අස්වැන්න ම ලබා ගත හැකි බව ඔහු ඒත්තු ගනී.

(i) වගා කළ හෙක්ටාර ප්‍රමාණය,

(ii) හෙක්ටාරයකට අර්තාපල් අල පලදාව,

සොයන්න.

(b) $x^2 + ax + bc = 0$ හි මූල α, β ද $x^2 + bx + ac = 0$ හි මූල β, γ වේ. මෙහි a, b, c ප්‍රභින්න ද නිශ්ශූන්‍ය ද වේ.

(i) a, b, c ඇසුරෙන් α, β, γ සොයා, $a + b + c = 0$ බව පෙන්වන්න.

(ii) α, γ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $x^2 + cx + ab = 0$ බව පෙන්වන්න.

6. (*a*) පහත දක්වෙන ද෴ x විෂයෙහි අවකලනය කරන්න.

(i) $\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$; මෙහි $|x| < 1$ වේ.

(ii) $\left(x^2 + x + 1\right)e^{\sin^2 x}$.

(*b*) අරය x වූ සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක්, ආධාරකයේ අරය $a\,(> x)$ ද, උස h ද වූ සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක් තුළ අන්තර්ගත කරනු ලැබ ඇත්තේ සිලින්ඩරයේ මුදුන් දරය කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ කරන පරිදි ද, යටි දරය කේතුවේ ආධාරකය මත පිහිටන පරිදි ද, අක්ෂය කේතුවේ අක්ෂය හා සම්පාත වන පරිදි ද ය.

සිලින්ඩරයේ පරිමාව වන V,

$V = \dfrac{\pi h}{a}(a - x)x^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

x විචලනය වනවිට V හි උපරිම අගය සොයන්න.

7. දිග මීටර් 5 ක් වූ AB බාල්කය A කෙළවර තිරස් බිමක නිශ්චලව පවතින අතර එහි අනික් කෙළවර, බිම සමග $120°$ කෝණයකින් ආනත වූ තලයක් මත පවතී. බිම සහ ආනත තලය ඡේදනය වන l රේඛාවට බාල්කය පිහිටි තලය ලම්බක වේ.

l සිට A ට ඇති දුර මීටර $x\,(< 5)$ නම් l සිට B ට ඇති දුර වන මීටර y, $x^2 + y^2 + xy = 25$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

ආරම්භයේ දී, B කෙළවර l සිට මීටර 2 කට වඩා වැඩි දුරකින් පිහිටා තිබුණි. A කෙළවර මිනිත්තුවකට මීටර 1 ක සීඝ්‍රතාවයකින් l කෙරෙන් ලිස්සා යයි නම්, B කෙළවර ආනත තලය මත, l සිට මීටර 2 ක් දුරින් සිටින අවස්ථාවේ දී l කරා B ලිස්සන්නේ කුමන සීඝ්‍රතාවයකින් දැයි සොයන්න.

(මුළු චලනයේ දීම බාල්කය එකම සිරස් තලයක පිහිටි බව උපකල්පනය කරන්න.)

8. (*a*) A, B, C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ සහ $4\mathbf{i} - \dfrac{5}{2}\mathbf{j} + \dfrac{5}{2}\mathbf{k}$ වේ.

(i) A, B, C ඒක රේඛීය බව පෙන්වා $AB : BC$ අනුපාතය සොයන්න.

(ii) AB රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

(iii) $\mathbf{r} = \dfrac{7}{2}\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k} + \lambda(-\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$ මගින් දෙනු ලබන රේඛාව C ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව පෙන්වා එම රේඛාව සහ AB රේඛාව අතර සුළු කෝණය සොයන්න.

(*b*) OAB ත්‍රිකෝණයක් ලෙස ද D සහ E යනු පිළිවෙළින් OA සහ OB වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ලෙස ද ගනිමු.
$\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$ සහ $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ ලෙස ද ගනිමු.

$BD^2 = \dfrac{1}{4}\left(|\mathbf{a}|^2 + 4|\mathbf{b}|^2 - 4\,\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}\right)$ බව පෙන්වන්න. BD සහ AE මධ්‍යස්ථ සමාන නම් OAB ත්‍රිකෝණය සම ද්විපාද බව අපෝහනය කරන්න.

9. l_1 සහ l_2 යනු පිළිවෙළින් $x + a^2y = 2a$ සහ $x + b^2y = 2b$ මගින් දෙනු ලබන රේඛා ලෙස ගනිමු. a, b යනු $|a| \neq |b|$ වූ නිශ්ශුන්‍ය තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවන් ය.

(i) l_1 සහ l_2 සමාන්තර නොවන බව පෙන්වා l_1 සහ l_2 කැපෙන ලක්ෂ්‍යය වන P හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) $Q = \left(a, \dfrac{1}{a}\right)$ සහ $R = \left(b, \dfrac{1}{b}\right)$ ලෙස ගනිමු. QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට P යා කරන රේඛාව මූල ලක්ෂ්‍යය වන O හරහා යන බව පෙන්වන්න.

(iii) Q සිට OP ට වූ ලම්බ දුර සොයා, ඒ නයින් OPQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. (*a*) $\dfrac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta} = \tan^2 \theta$ බව පෙන්වන්න.

(i) $\tan\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$,

(ii) $\dfrac{1 - \sin 2\theta}{1 + \sin 2\theta} = \tan^2\left(\dfrac{\pi}{4} - \theta\right)$,

බව අපෝහනය කරන්න.

(*b*) B කෝණය මහා කෝණයක් වූ ABC ත්‍රිකෝණයක් ගනිමු. A කේන්ද්‍රය වූ ද, B හරහා යන්නා වූ ද වෘත්තයට B හි දී ඇඳි ස්පර්ශකය, D හි දී AC ට හමුවේ.

$AD = 2DC$ නම්, සුපුරුදු අංකනයෙන් $4a^2 = c^2(9\sec^2 A - 8)$ බව පෙන්වන්න.

11. (*a*) නිරීක්ෂණ 5 ක මධ්‍යන්‍යය සහ විචලතාව පිළිවෙළින් 5 සහ 6·8 වේ. මෙම නිරීක්ෂණ වලින් තුනක් 1, 5 සහ 6 නම් අනික් නිරීක්ෂණ දෙක සොයන්න.

(*b*) පහත දක්වෙන දත්ත සඳහා පන්ති ප්‍රාන්තර තරම 10 ක් ද, ඉන් එක පන්තියක් 31-40 ද වන පරිදි සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් නිර්මාණය කරන්න.

4	51	7	52	8	53	24	76	65	47
12	69	17	68	13	67	37	18	79	58
21	75	29	76	26	77	44	36	46	39
29	82	31	84	35	86	54	45	56	57
41	93	42	97	43	15	66	55	57	59

(i) සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය සහ මාතය ගණනය කරන්න.

(ii) කේත ක්‍රමය භාවිතයෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

12. $P(B)$ ධන වූ B සිද්ධියක් දුන් විට A සිද්ධියක $P(A|B)$ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව අර්ථ දක්වන්න.

$P(A)$ සහ $P(B)$ දෙකම ධන නම් $P(A \cap B) = P(A)\,P(B|A) = P(B)\,P(A|B)$

බව පෙන්වන්න.

5 ක් රතු ද 10 ක් සුදු ද වූ සර්වසම බෝල 15 ක් ඇති බඳුනකින් සසම්භාවී ව බෝලයක් ගනු ලබයි. මෙම බෝලය රතුපාට නම් එය නැවත බඳුනට ආපසු දමනු ලබන අතර එය සුදු පාට නම් තවත් සුදු පාට සර්වසම බෝල දෙකක් සමග එම බෝලය බඳුනට ආපසු දමනු ලබයි. ඉන්පසු දෙවන වරට එම බඳුනෙන් බෝලයක් ගනු ලබයි.

(i) මුල් වරට ගත් බෝලය රතු පාට වීමේ,

(ii) මුල් වරට ගත් බෝලය රතුපාට බව දුන්විට දෙවන වරට ගත් බෝලය සුදු පාට වීමේ,

(iii) දෙවන වරට ගත් බෝලය සුදුපාට වීමේ,

(iv) දෙවන වරට ගත් බෝලය සුදුපාට බව දුන් විට මුල්වරට ගත් බෝලය රතුපාට වීමේ,

(v) දෙවරට ම ගත් බෝල එකම පාට වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.